



BOJE I OSVETLJENOST - I KOLOKVIJUM (9. XII 2019), GRUPA A

1. Apsolutno crno telo emituje zračenje čija je snaga $P = 10 \text{ kW}$. Sa kolike se površine ovo zračenje emituje, ako je talasna dužina koja odgovara maksimumu zračenja $\lambda_m = 700 \text{ nm}$? Štefan-Bolcmanova i Vinova konstanta iznose $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$, odnosno $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$.
2. Na staklenu ploču indeksa prelamanja $n = 1,61$ postavljen je komad leda ($n_l = 1,31$), takođe u obliku ploče. Pod kojim uglom svetlosni zrak mora da padne na graničnu površinu staklo/led, da bi na graničnoj površini led/vazduh došlo do totalne refleksije?
3. Normalno na optičku rešetku koja ima 300 zarezova po milimetru pada snop monohromatske svetlosti talasne dužine $\lambda = 550 \text{ nm}$. Odrediti ugao difrakcije koji odgovara maksimumu drugog reda. Koliki je ukupan broj difrakcionih maksimuma koji će se javiti na zaklonu?

REŠENJA ZADATAKA

1. Polazeći od formule:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$$

i zakona zračenja crnog tela:

$$I = \sigma \cdot T^4 \quad (\text{Štefan-Bolcmanov}) , \quad \lambda_m = \frac{b}{T} \quad (\text{Vinov})$$

dobija se da je:

$$S = \frac{P}{I} = \frac{P}{\sigma T^4} = \frac{P}{\sigma \cdot \left(\frac{b}{\lambda_m}\right)^4} = \frac{10^4 \text{ W}}{5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4} \cdot \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{7 \cdot 10^{-7} \text{ m}}\right)^4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 6 \text{ cm}^2.$$

2. Za graničnu površinu staklo/led zakon prelamanja glasi:

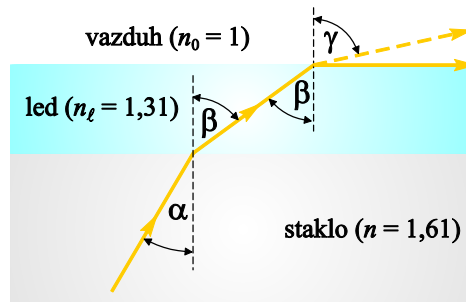
$$n \sin \alpha = n_{\ell} \sin \beta ,$$

dok je za graničnu površinu led/vazduh:

$$n_{\ell} \sin \beta = n_0 \sin \gamma .$$

Kombinacijom ove dve jednačine dobija se da je:

$$n \sin \alpha = n_0 \sin \gamma .$$



Do totalne refleksije na graničnoj površini led/vazduh dolazi za $\gamma = 90^\circ$ i tada je:

$$n \sin \alpha_g = 1 ,$$

na osnovu čega se konačno dobija:

$$\alpha_g = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 38,4^\circ .$$

3. Polazeći od jednačine difrakcije na optičkoj rešetki:

$$n\lambda = a \cdot \sin \theta_n = \frac{1}{N} \cdot \sin \theta_n ,$$

za $n = 2$ se dobija:

$$\sin \theta_2 = 2\lambda N ,$$

odnosno:

$$\theta_2 = \arcsin(2\lambda N) = \arcsin(2 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}) = \arcsin(0,33) = 0,336 \text{ rad} \approx 19,3^\circ .$$

Budući da je red difrakcije ograničen uslovom $\sin \theta_n = 1$, sledi:

$$n_{\max} = \frac{1}{N\lambda} = \frac{1}{3 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1} \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6,06 \cong 6 ,$$

te je ukupan broj difrakcioidih maksimuma na zaklonu:

$$m = 2 \cdot 6 + 1 = 13 .$$



BOJE I OSVETLJENOST - I KOLOKVIJUM (9. XII 2019), GRUPA B

1. Snop svetlosti snage $P = 100 \text{ W}$ i talasne dužine $\lambda = 500 \text{ nm}$ pada u pravcu normale na površinu $S = 100 \text{ cm}^2$. Koliko fotona pada u jedinici vremena na jedinicu data površine? Koristiti sledeće vrednosti konstanti: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ i $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
2. Iz Lajmanove serije vodonikovog spektra izdvaja se jedna linija i njome se osvetljava fotoćelija. Katoda fotoćelije je od rubidijuma, čiji je izlazni rad $A = 2,13 \text{ eV}$. Ako je poznato da zakočni napon između katode i anode iznosi $U_k = 10 \text{ V}$, odrediti kom prelazu odgovara ta linija i kolika je brzina emitovanih fotoelektrona. Koristiti sledeće vrednosti konstanti: $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ i $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
3. Kada svetlost, krećući se kroz vazduh, padne na površinu vode pod uglom od 53° , dolazi do maksimalne polarizacije odbijenog zraka. Kolika je brzina svetlosti kroz vodu?

REŠENJA ZADATAKA

1. Na osnovu relacija:

$$P = \frac{E}{t} \quad \text{i} \quad E = N \frac{hc}{\lambda},$$

sledi da na površinu S u jedinici vremena pada:

$$N = \frac{P\lambda t}{hc} = \frac{100 \text{ W} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 1 \text{ s}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2,515 \cdot 10^{20}$$

fotona. Po jedinici površine taj broj iznosi:

$$N_0 = \frac{N}{S} = \frac{2,515 \cdot 10^{20}}{10^{-2} \text{ m}^2} = 2,515 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-2}.$$

2. Polazeći od uopštene Balmerove formule za Lajmanovu seriju atoma vodonika ($Z = 1$):

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{k^2} \right) \cdot hc \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = hcR \left(1 - \frac{1}{k^2} \right), \quad (1)$$

i Ajnštajnovne jednačine fotoelektričnog efekta:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_k. \quad (2)$$

dobija se da je:

$$hcR \left(1 - \frac{1}{k^2} \right) = A + eU_k \Rightarrow \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{A + eU_k}{hcR} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{1 - \frac{A + eU_k}{hcR}}$$

i konačno:

$$k = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{A + eU_k}{hcR}}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (2,13 + 10) \text{ J}}{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}}} = 3.$$

Prema tome, data spektralna linija odgovara prelasku elektrona iz drugog pobuđenog u osnovno stanje atoma vodonika ($3 \rightarrow 1$). Brzina emitovanih fotoelektrona određuje se iz relacije:

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = eU_k \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_k}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10 \text{ V}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,87 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (3)$$

3. Maksimalna polarizacija svetlosnih zraka pri refleksiji i prelamanju ostvaruje se kada je ispunjen Brusterov zakon, tj kada za odbijeni i prelomljeni zrak važi uslov $\alpha_B + \beta = 90^\circ$. Na osnovu zakona prelamanja za graničnu površinu vazduh/voda:

$$n_0 \sin \alpha_B = n_v \sin \beta$$

i pomenutog uslova $\alpha_B + \beta = 90^\circ$, sledi ($n_0 \approx 1$):

$$\sin \alpha_B = n_v \sin \beta = n_v \sin(90^\circ - \alpha_B) = n_v \cos \alpha_B$$

odnosno:

$$\text{tg } \alpha_B = n_v,$$

a odavde je:

$$n_v = \text{tg}(53^\circ) = 1,33.$$

Znajući da se indeks prelamanja definiše kao količnik brzine svetlosti u vakuumu i u posmatranoj sredini:

$$n = \frac{c}{v},$$

sledi da je brzina prostiranja svetlosti kroz vodu:

$$v = \frac{c}{n_v} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,33} = 2,256 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

